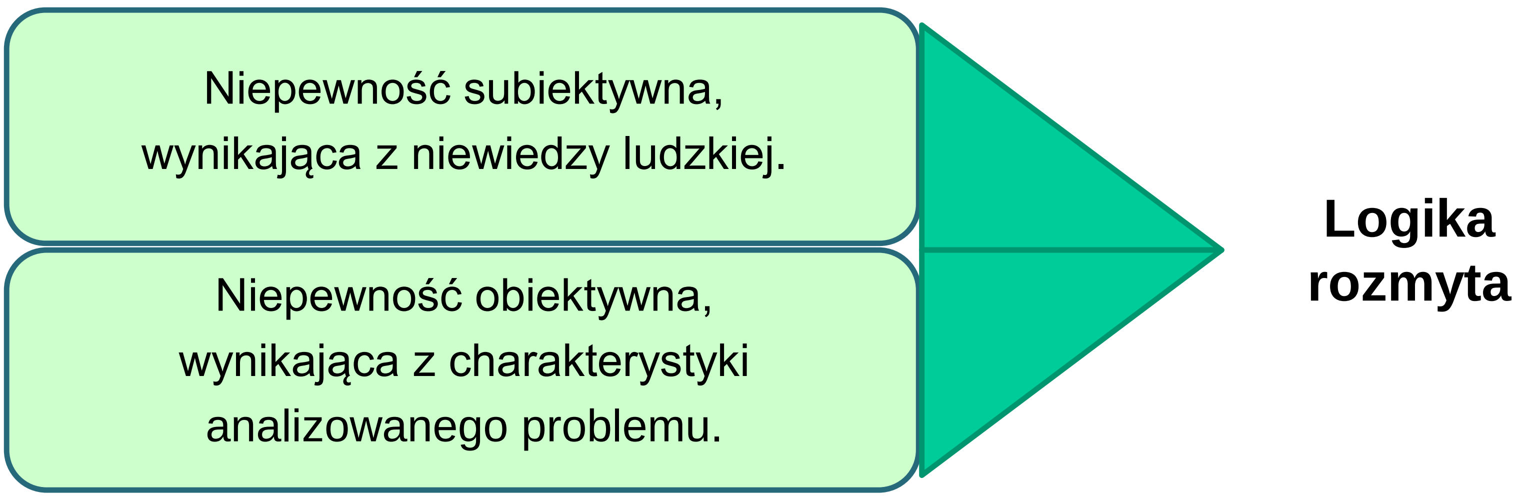
Narzędzia Sztucznej Inteligencji III INF
Materiały pomocnicze ĆW

Definiowanie niepewności w ujęciu rozmytym

Autor: **dr inż. Katarzyna Rudnik**

Zbiory rozmyte jako sposób modelowania niepewności

Potrzeba matematycznego ujęcia naturalnych zjawisk nieprecyzyjnych i niepewnych stała się punktem wyjścia do wprowadzenia pojęcia i teorii zbiorów rozmytych.



Z podejmowaniem decyzji w warunkach niepewności mamy wówczas do czynienia, gdy nie znamy prawdopodobieństwa występowania poszczególnych wariantów a w przeszłości brakuje doświadczeń do ich oszacowania.

Zbiory rozmyte – podstawowe pojęcia

Od przetwarzania liczb do przetwarzania słów

Wprowadzenie zmiennych lingwistycznych i odpowiadających im wartości lingwistycznych, dało możliwość opisania zjawisk określeniami subiektywnych odczuć człowieka – eksperta (słowami).

Zmienna lingwistyczna – wielkość, którą chcemy określić za pomocą słów (wartości lingwistycznych). Posiada m.in. swoją nazwę (np. czas trwania zadania, koszt usługi itp.), zbiór wartości lingwistycznych, przestrzeń rozważań (np. kwoty z zakresu 0-200 tys. zł).

Wartość lingwistyczna – opis słowny lub zdania w języku naturalnym (np. duży, ujemny, silny, prawdziwy, wysoki, niski …)

Liczba rozmyta – liczby, dla których wartość określona jest niedokładnie np. około 5, nieco więcej niż 10, mniej więcej 20 itp..

Zbiory rozmyte - pojęcia podstawowe

Teoria zbiorów rozmytych została zapoczątkowana przez profesora Lotfiego A. Zadeha w 1965 roku, jako uogólnienie klasycznego pojęcia zbiorów.

Zbiór rozmyty A – można przedstawić jako zbiór par:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A(x) \in \langle 0,1 \rangle\},$$

gdzie μ_A jest funkcją przynależności, która każdemu elementowi przestrzeni X przyporządkowuje stopień przynależności do danego zbioru rozmytego. Można rozróżnić trzy przypadki:

a) $\mu_A = 0$ ozn. brak przynależności elementu x do zbioru rozmytego A,

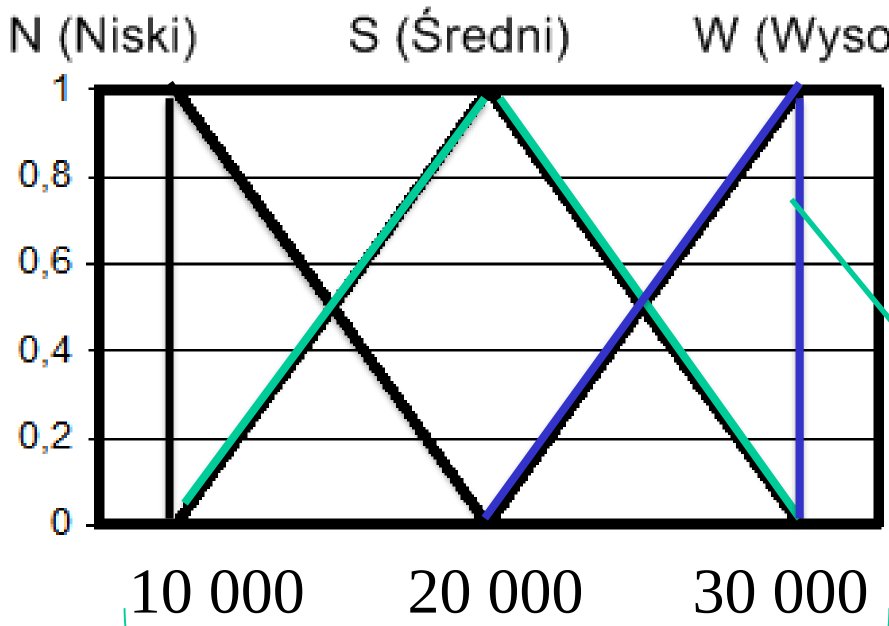
b) $0 < \mu_A < 1$ ozn. częściową przynależność elementu x do zbioru rozmytego A,

c) $\mu_{A=1}$ ozn. pełną przynależność elementu x do zbioru rozmytego A.

Zbiory rozmyte - pojęcia podstawowe

Nazwa zmiennej lingwistycznej

KOSZT INWESTYCJI

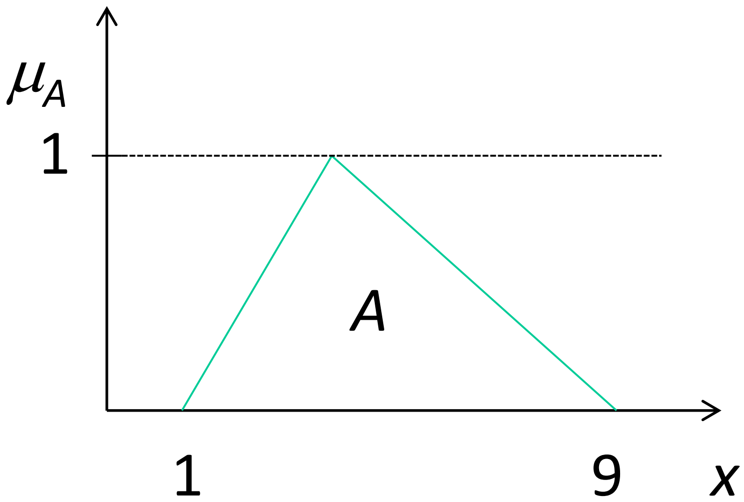


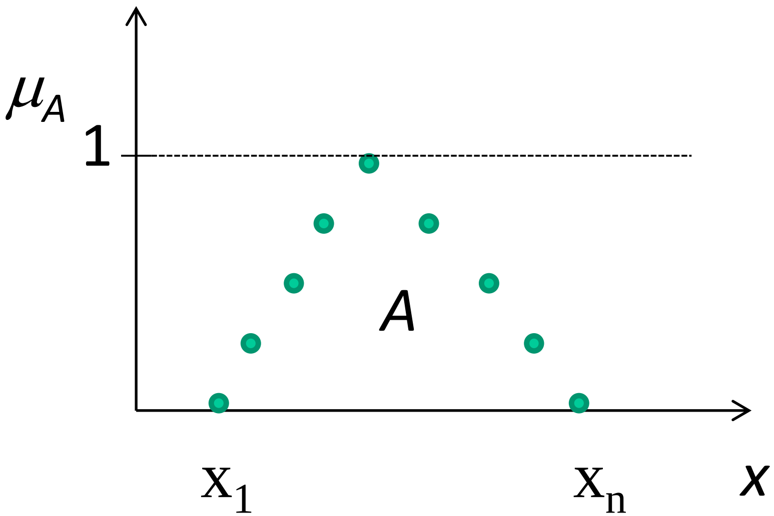
Wartość lingwistyczna

F. przynależności

Przestrzeń rozważań

Funkcja przynależności



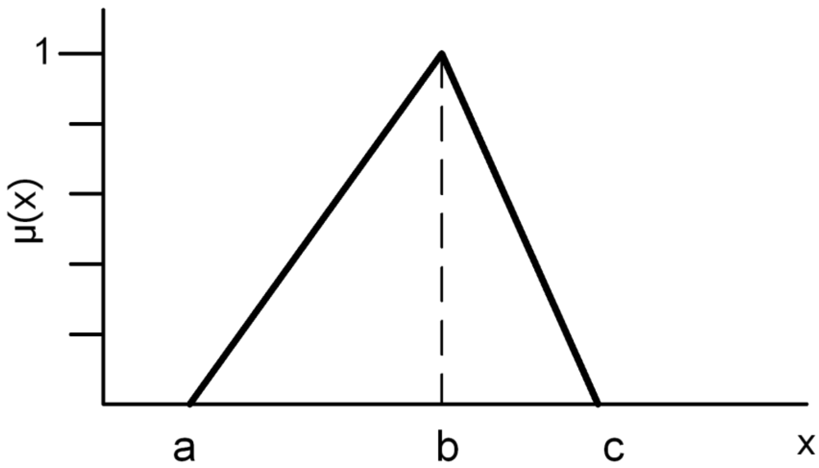


$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i$$

$$np. \quad A = \frac{0}{1} + \frac{0.25}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.75}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.75}{6} + \frac{0.5}{7} + \frac{0.25}{8} + \frac{0}{9}$$

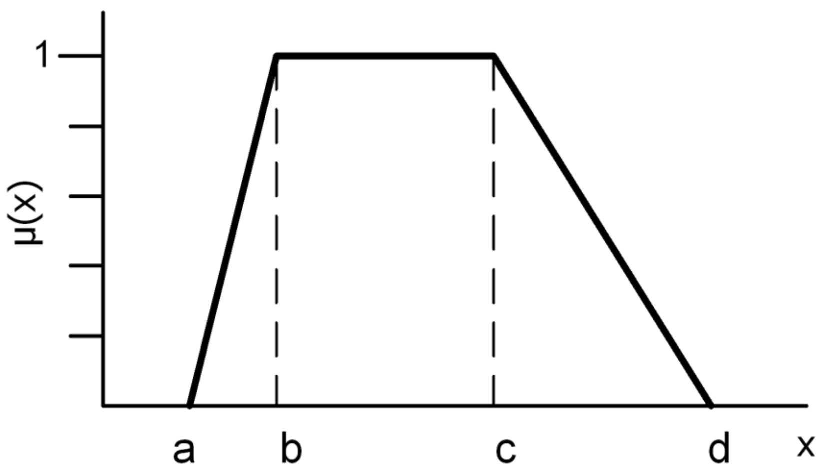
Funkcje przynależności – przykłady funkcji odcinkowo-liniowych

Funkcja trójkątna



$$\mu(x;a,b,c)=\begin{cases} 0 & dla\ x\le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & dla\ a<x\le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & dla\ b<x\le c \\ 0 & dla\ x>c \end{cases}$$

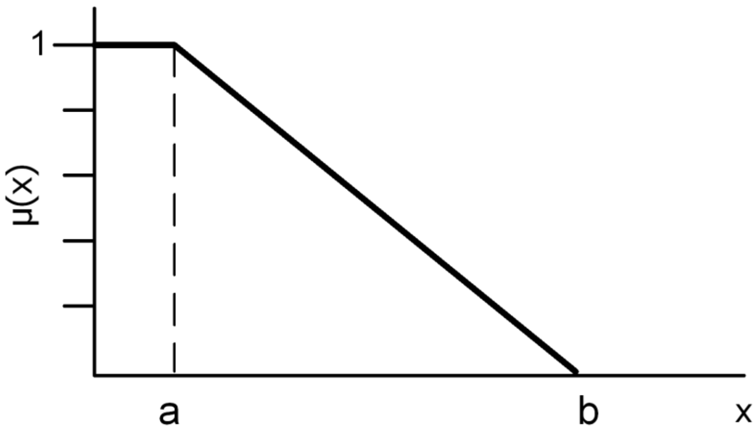
Funkcja trapezowa



$$\mu(x;a,b,c,d)=\begin{cases} 0 & dla\ x\le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & dla\ a<x\le b \\ 1 & dla\ b<x\le c \\ \dfrac{d-x}{d-c} & dla\ c<x\le d \\ 0 & dla\ x>d \end{cases}$$

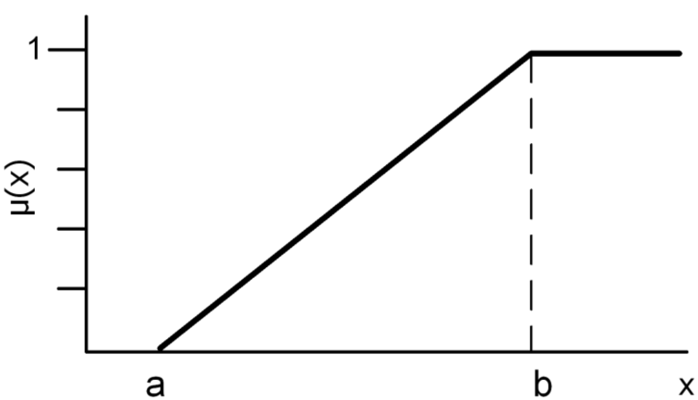
Funkcje przynależności – przykłady funkcji odcinkowo-liniowych

Funkcja lewa zewnętrzna



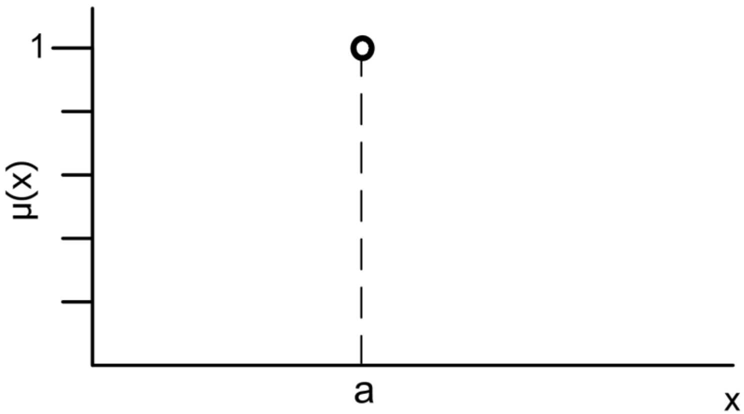
$$\mu(x;a,b)=\begin{cases} 1 & dla\ x \le a \\ \dfrac{b-x}{b-a} & dla\ a < x \le b \\ 0 & dla\ x > b \end{cases}$$

Funkcja prawa zewnętrzna



$$\mu(x;a,b)=\begin{cases} 0 & dla\ x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & dla\ a < x \le b \\ 1 & dla\ x > b \end{cases}$$

Funkcje przynależności – rozmyty singleton

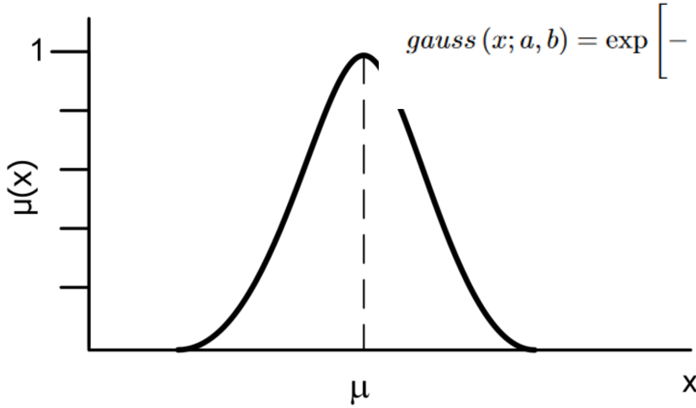


$$\mu(x;a)=\begin{cases}1 & dla\ x=a\\ 0 & dla\ x\neq a\end{cases}$$

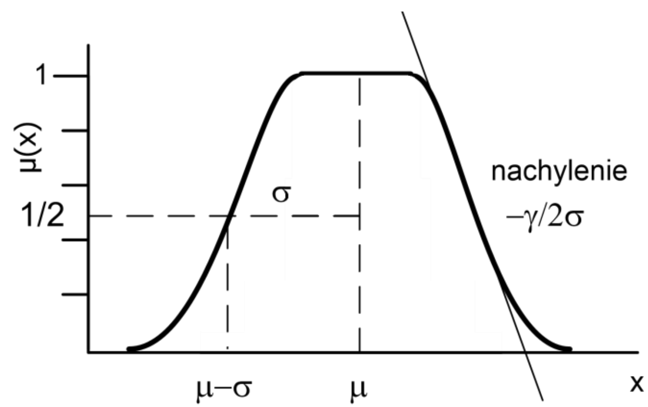
Funkcje przynależności – inne nieliniowe

$$dzwon\,(x;a,b,c)=\frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$$

$$gauss\,(x;a,b)=\exp\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)^2\right]$$



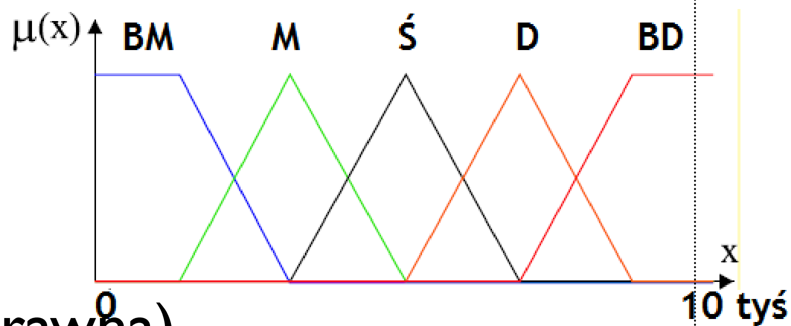
Funkcja Gaussa



Funkcja typu dzwonowego

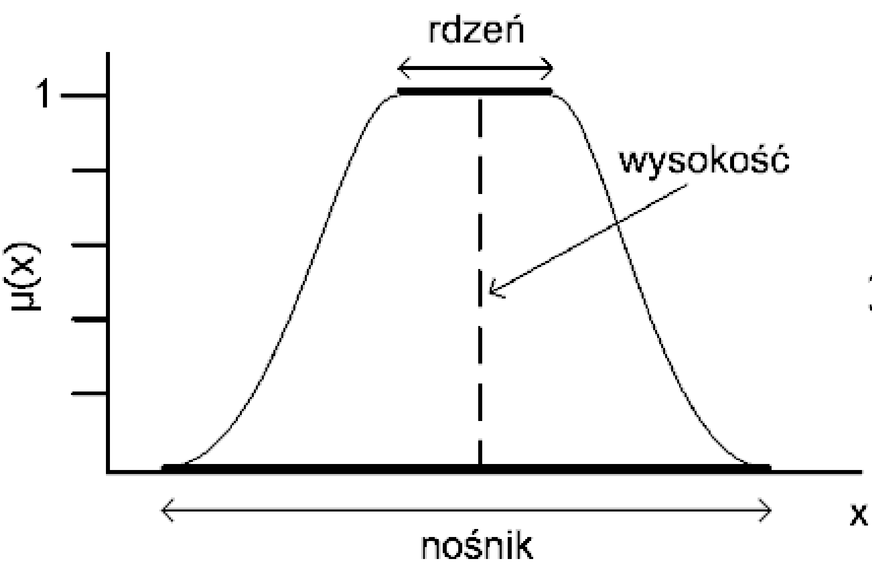
Interpretacje funkcji przynależności

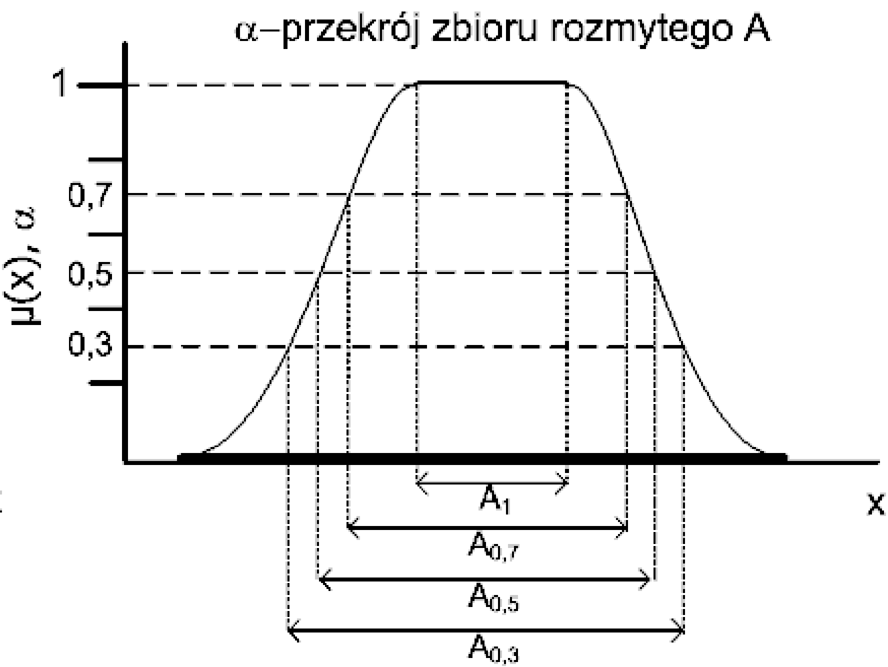
- stopień podobieństwa (zgodności) - miara bliskości elementu x w stosunku do wzorca, stanowiącego zbiór rozmyty,
- stopień preferencji,
- stopień możliwości – miara wiarygodności, z jaką zmienna x będzie miała odpowiednia wartość
- interpretację probabilistyczną (niepoprawna).



W literaturze dotyczącej zbiorów rozmytych, interpretacje funkcji przynależności są niejednoznaczne i zależne od omawianego kontekstu.
Każda interpretacja posiada inne algorytmy uczące bądź charakterystyczne dla niej procedury określania funkcji przynależności zbioru rozmytego przez ekspertów.

Parametry zbioru rozmytego





Jeżeli wysokość =1 wtedy zbiór nazywamy zbiorem **normalnym**, w przeciwnym razie subnormalnym.

$$A_\alpha = \{x \in \aleph \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}, \quad \forall \alpha \in \langle 0,1 \rangle$$

Zbiór wypukły/wklęsły

Zbiór rozmyty *A* nazywamy

- **wypukłym**, jeżeli dla każdych $x_1, x_2 \in X$ i każdego $\lambda \in [0,1]$ zachodzi nierówność

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \mu_A(x_1) \wedge \mu_A(x_2) = \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$$

- **wklęsłym**, jeżeli dla każdych $x_1, x_2 \in X$ i każdego $\lambda \in [0,1]$ zachodzi nierówność

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \leq \mu_A(x_1) \vee \mu_A(x_2) = \max\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$$

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ…